Concurso

Incubadora de Sondeos y Experimentos

Aragón

Curso 2016-2017

EMOTIMMY VA AL CASINO

Diego Anaut Galino

Roberto García Alvira

Luis Bautista Hernández

Curso: 4º ESO

IES LUCAS MALLADA (HUESCA)

Tutora: Inés Fernández

1.-ÍNDICE.

PÁGINAS

2.- OBJETIVO DEL ESTUDIO.

Desde la antigüedad han existido los juegos de azar, es decir, juegos basados en experimentos aleatorios, como lanzar un dado. Probablemente, la historia de la probabilidad comenzó en el siglo XVI, cuando matemáticos como Fermat y Bernoulli intentaron explicar algunos problemas de probabilidad relacionados con los juegos de azar. Por ello, azar y probabilidad han estado siempre muy relacionados.

En este trabajo se pretende unir ambos conceptos mediante los objetivos que nos hemos fijado, que son:

-Diseñar y calcular las probabilidades de distintos juegos de azar con dados.

-Usar estas probabilidades en la creación de varias mesas de juegos de azar, para crear así un pequeño "casino" con los juegos y las probabilidades calculadas.

-Relacionar el beneficio de un casino en función de las probabilidades de los juegos.

Para conseguir estos objetivos, en primer lugar, se van a diseñar juegos de azar a partir del lanzamiento de dados, se recogerán datos experimentales, mediante la realización de estos juegos y se calcularán sus probabilidades. Después se realizará el cálculo de probabilidades de forma teórica.

A continuación, se generará un casino con varias mesas en las que se jugará a los juegos diseñados y se intentará estudiar las apuestas justas en función de cada juego.

Por último, se extraerán las conclusiones de todo el proceso anterior.

3.-RECOGIDA DE DATOS: DISEÑO Y DESARROLLO DEL EXPERIMENTO.

Para conseguir los objetivos fijados en el trabajo, es necesario diseñar en primer lugar un experimento aleatorio que podamos realizar.

Dentro de los juegos de azar, pensamos en loterías, juegos de cartas (que nos gustan); pero, finalmente nos decidimos por diseñar juegos con dados, pues son muy accesibles para todo el mundo.

El primer juego diseñado ha sido lanzar el dado una vez cada jugador y ver quién gana según unas normas inventadas (gana un jugador si saca más que otro, y, por tanto, pierde si saca menos o igual). En este caso, calcular la probabilidad de que gane cada jugador es sencillo.

Desde el primer juego, a uno lo hemos llamado jugador (el que gana si obtiene el número más alto) y al otro, banca (el que gana si empata u obtiene el número más alto), porque hemos pensado que la probabilidad de ganar de este último siempre sería mayor. Y también pensando en la parte final del trabajo, como la banca de un "casino" ficticio.

En los demás juegos se han ido cambiando las condiciones en función de los factores que hemos creído que influyen en el juego; concretamente, el número de veces que puedes tirar un dado para poder quedarte con la mayor puntuación.

Así, hemos realizado cinco juegos hasta el caso en el que cada uno lanza el dado hasta tres veces, pues a partir de allí, las operaciones para calcular la probabilidad eran muy extensas.

Una vez calculada la probabilidad teórica en los dos primeros juegos, hemos visto que había unas pautas que se iban repitiendo y que nos hacían más fáciles calcularlas.

También pensamos en modificar el juego, añadiendo más jugadores, pero al tener que cambiar las reglas de quién gana, el cálculo de las probabilidades se complicaba

En clase con nuestros compañeros, hemos simulado los cinco juegos, realizando 25 pruebas con cada uno, y de este modo hemos obtenido datos experimentales de probabilidad, que nos han servido para comparar con nuestros cálculos teóricos, que aparecen en el desarrollo del trabajo.

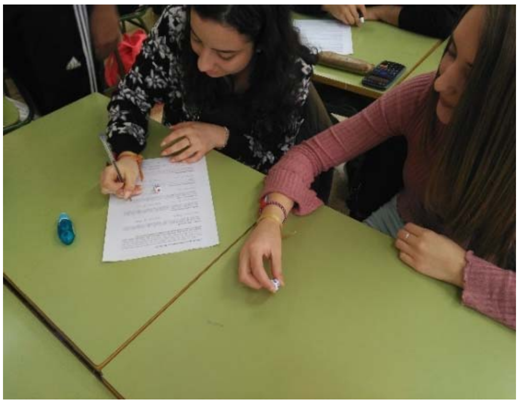
El modelo de ficha que utilizamos se encuentra en el anexo I, con los datos experimentales obtenidos por nuestros compañeros.

Con todos los datos prácticos obtenidos de las fichas que les dimos hemos realizado la media para cada juego, mostrada en la siguiente tabla, y podemos afirmar que se aproximan bastante a las probabilidades calculadas, como se constatará en los siguientes apartados.

	P(jugador)	P(banca)
Juego 1	0,38	0,62
Juego 2	0,62	0,38
Juego 3	0,38	0,62
Juego 4	0,5	0,5
Juego 5	0,288	0,712

TABLA 1: Probabilidades experimentales

A continuación, se muestran algunas fotos de la práctica en clase con nuestros compañeros, lanzando dados y apuntando resultados.



Tras el diseño de estos juegos, se pretende hacer el experimento de jugar con ellos en un casino, como si fuesen cinco mesas de un "pequeño casino" para comprobar si nos interesajugar o no, y así predecir a largo plazo los beneficios que se pueden generar en el casino, o las pérdidas en un jugador.

4.- ANÁLISIS DE LOS DATOS.

4.1.- Creación de juegos:

JUEGO 1

1.-Planteamiento del juego.

- El jugador tiene un dado verdehexagonal regular con las caras numeradas del 1 al 6.
- El casino juega con un dado rojo, idéntico al anterior salvo en su color.

Banca

Jugador

-**El jugador y la banca tiran el dado una sola vez** y se anota el número de la cara superior.

-**Gana el jugador cuando obtiene mayor puntuación que la banca.**
Por tanto, la banca gana cuando obtiene una puntuación mayor o igual a la del jugador.

2.-Cálculo de probabilidades del juego.

Sean los sucesos: A= "gana el jugador"
B= "gana la banca"

Estos dos sucesos son contrarios porque siempre ocurre uno de los dos y además no podrán ocurrir a la vez, es decir, $A \cap B = \emptyset$ $A \cup B = E$ (espacio muestra total)

Por tanto: $P(A)+P(B)= 1$

Mediante la observación de las reglas del juego, se sabe que la probabilidad de que gane la banca es mayor que de que gane el jugador.

En el siguiente cuadro aparece en rojo cuando gana la banca y en verde cuando gana el jugador.

Banca/Jugador	1	2	3	4	5	6
1		X	X	X	X	X
2			X	X	X	X
3				X	X	X
4					X	X
5						X
6						

CUADRO DE POSIBILIDADES: Elaboración propia con Microsoft Office Word

Por la regla de Laplace, la probabilidad de ganar el jugador es:

$$P(A) = \frac{casos\ favorables}{casos\ posibles} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

Estas probabilidades resueltas gráficamente se pueden calcular multiplicando las de cada caso y sumando (por el principio multiplicativo), es decir,

- Si el jugador saca un 1 (la probabilidad de sacar 1 es $\frac{1}{6}$), siempre pierde, luego la probabilidad de que ocurran ambas es: $\frac{1}{6} \cdot 0 = 0$
- Si el jugador saca un 2 (con probabilidad $\frac{1}{6}$), gana sólo si la banca saca 1 (con probabilidad $\frac{1}{6}$), es decir, $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \frac{1}{36}$
- Si el jugador saca un 3 (con probabilidad $\frac{1}{6}$), gana cuándo la banca saca 1 o 2 (con probabilidad $\frac{2}{6}$), es decir, $\frac{1}{6} \cdot \frac{2}{6} = \frac{2}{36}$
- Si el jugador saca un 4 (con probabilidad $\frac{1}{6}$), gana si la banca saca 1,2 o 3 (con probabilidad $\frac{3}{6}$), es decir, $\frac{1}{6} \cdot \frac{3}{6} = \frac{3}{36}$
- Si el jugador saca un 5 (con probabilidad $\frac{1}{6}$), gana cuándo la banca saca 1, 2, 3 o 4 (con probabilidad $\frac{4}{6}$), es decir, $\frac{1}{6} \cdot \frac{4}{6} = \frac{4}{36}$
- Finalmente, si el jugador saca un 6 (con probabilidad $\frac{1}{6}$), gana si la banca saca 1, 2, 3, 4 o 5(con probabilidad $\frac{5}{6}$), es decir, $\frac{1}{6} \cdot \frac{5}{6} = \frac{5}{36}$

Tras estos cálculos, basta con conocer la probabilidad total de ganar, sumando todas las posibilidades.

$$P(A) = 0 + \frac{1}{36} + \frac{2}{36} + \frac{3}{36} + \frac{4}{36} + \frac{5}{36} = \frac{15}{36} = \frac{5}{12}$$

Por tanto, la probabilidad de que gane la banca es:

P(A) + P (B) = 1 $$P(gane\ banca) = 1 - P(A) = 1 - \frac{15}{36} = \frac{21}{36} = \frac{7}{12}$$

Estas probabilidades están calculadas a priori, es decir, de forma teórica sin realizar el experimento aleatorio.

Cuando el experimento aleatorio se realiza muchas veces por la Ley de los Grandes Números se sabe que la frecuencia relativa de los resultados tiende a estabilizarse en cierto número, que es precisamente la probabilidad.

Para simular el experimento,se han generado números aleatorios con dos calculadoras a la vez, con la tecla RAN, que genera números aleatorios,usando como valores extremos el 0 y el 6, y aproximando al entero mayor.

JUGADOR

3	6	4	1	1	2	4	3	3	5	1	2	5	2	1	3	2	3	1	1	6	5	3	6	2
6	5	1	3	2	1	1	2	1	2	4	2	6	6	1	3	2	1	4	4	3	4	6	5	2
3	4	2	5	2	1	6	6	5	4	1	3	1	4	2	3	6	2	6	3	1	5	3	6	3
1	1	1	3	2	6	2	2	5	2	5	2	5	1	1	6	4	5	2	4	4	3	2	5	5

BANCA

4	5	2	4	3	4	4	4	3	4	2	2	2	2	6	1	3	5	5	6	4	1	2	6	5
2	4	5	6	3	5	5	5	2	3	5	2	5	6	5	2	6	2	1	6	3	4	2	1	2
6	6	5	4	6	4	6	3	4	2	5	2	2	2	1	2	2	5	1	2	2	1	2	1	5
4	2	4	6	6	2	3	3	4	4	6	3	3	4	6	5	6	6	4	5	5	5	1	6	6

Casos favorables jugador= $\frac{34}{100}$→P (gane jugador) = 0,34

Casos favorables banca= $\frac{66}{100}$ →P (gane banca) = 0,66

Que se aproximan a las probabilidades teóricas calculadas.

CONCLUSIÓN JUEGO 1:

$$P(gane\ el\ jugador) = P(A) = \frac{15}{36} = \frac{5}{12} = 0{,}417 \quad (gana\ 5\ de\ cada\ 12\ partidas)$$

$$P(gane\ la\ banca) = P(B) = \frac{21}{36} = \frac{7}{12} = 0{,}583 \quad (gana\ 7\ de\ cada\ 12\ partidas)$$

JUEGO 2

1.-Planteamiento del juego.

Seguiremos con el mismo formato de dados, verde para el jugador y rojo para la banca.

-**El jugador tira dos veces el dado**, y se queda con la puntuación más alta que ha obtenido.

-**La banca tira el dado una sola vez**.

- **Gana el jugador cuando obtiene mayor puntuación que la banca.**
  Por tanto, la banca gana cuando obtiene una puntuación mayor o igual a la del jugador.

2.-Cálculo de probabilidades del juego.

Sean los sucesos: A=”gana el jugador”
B=”gana la banca”

Estos dos sucesos son nuevamente contrarios.

Para analizar ahora las probabilidades en este juego, debemos ver primero las posibilidades que tiene el jugador de obtener cada número (ya que ahora puede tirar dos veces). Hagamos ahora un cuadro en el que indiquemos la puntuación que obtiene el jugador al tirar los dos dados y la probabilidad de obtener cada número del 1 al 6:

	1	2	3	4	5	6
1	1	2	3	4	5	6
2	2	2	3	4	5	6
3	3	3	3	4	5	6
4	4	4	4	4	5	6
5	5	5	5	5	5	6
6	6	6	6	6	6	6

n	P(n)
1	$\frac{1}{36}$
2	$\frac{3}{36}$
3	$\frac{5}{36}$
4	$\frac{7}{36}$
5	$\frac{9}{36}$
6	$\frac{11}{36}$

CUADRO DE POSIBILIDADES Y PROBABILIDADES PARA EL JUGADOR: Elaboración propia con Microsoft Office Word

- Si el casino saca un 1 (con probabilidad 1/6), entonces el jugador gana si saca 2 o más, (observando la tabla 35/36), por tanto con probabilidad: $\frac{35}{36}\cdot\frac{1}{6}=\frac{35}{216}$
- Si el casino saca un 2(con probabilidad 1/6), entonces el jugador gana si saca 3 o más, (observando la tabla 32/36), por tanto con probabilidad: $\frac{32}{36}\cdot\frac{1}{6}=\frac{32}{216}$
- Si el casino saca un 3 (con probabilidad 1/6), entonces el jugador gana si saca 4 o más, (observando la tabla 27/36), por tanto con probabilidad: $\frac{27}{36}\cdot\frac{1}{6}=\frac{27}{216}$
- Si el casino saca un 4 (con probabilidad 1/6), entonces el jugador gana si saca 5 o más, (observando la tabla 20/36), por tanto con probabilidad: $\frac{20}{36}\cdot\frac{1}{6}=\frac{20}{216}$
- Si el casino saca un 5(con probabilidad 1/6), entonces el jugador gana sólo si saca un 6, (observando la tabla 11/36) por tanto con probabilidad: $\frac{11}{36}\cdot\frac{1}{6}=\frac{11}{216}$
- Si el casino saca un 6 (con probabilidad 1/6), entonces el jugador no gana nunca:

$$\frac{0}{36}\cdot\frac{1}{6}=0$$

Tras estos cálculos la probabilidad total de ganar se obtiene sumando todas las posibilidades.

$$P(A)=\frac{35}{216}+\frac{32}{216}+\frac{27}{216}+\frac{20}{216}+\frac{11}{216}+0=\frac{125}{216}$$

Por tanto, la probabilidad de que gane la banca es:

P(A) + P (B) = 1 $$P(gane\ banca)=1-P(A)=1-\frac{125}{216}=\frac{91}{216}$$

CONCLUSIÓN JUEGO 2:

$$P(gane\ el\ jugador) = P(A) = \frac{125}{216}$$

$$P(gane\ la\ banca) = P(B) = \frac{91}{216}$$

Como el jugador tiene la opción de tirar dos veces, en este caso, el jugador tiene más probabilidad de ganar el juego.

JUEGO 3

1.-Planteamiento del juego.

- En este tercer juego se va a permitir **tirar el dado dos veces tanto al jugador como a la banca** y anotar la puntuación más alta de las dos.

- **Gana el jugador cuando obtiene mayor puntuación que la banca.**
  Por tanto, la banca gana cuando obtiene una puntuación mayor o igual a la del jugador

2.-Cálculo de probabilidades del juego.

En este caso como ambos tiran dos veces el dado, las probabilidades de obtener un número tanto por el jugador como por la banca son las calculadas en el apartado anterior para el jugador, es decir,

JUGADOR

n	P(n)
1	$\frac{1}{36}$
2	$\frac{3}{36}$
3	$\frac{5}{36}$
4	$\frac{7}{36}$
5	$\frac{9}{36}$
6	$\frac{11}{36}$

CASINO

n	P(n)
1	$\frac{5}{36}$
2	$\frac{33}{36}$
3	$\frac{31}{36}$
4	$\frac{29}{36}$
5	$\frac{27}{36}$
6	$\frac{25}{36}$

CUADRO DE PROBABILIDADES DEL JUGADOR Y DE LA BANCA

- Si el casino saca un 1, (con probabilidad 1/36), entonces el jugador gana si saca 2 o más (con probabilidad 35/36), es decir, $\frac{35}{36}\cdot\frac{1}{36}=\frac{35}{1296}$
- Si el casino saca un 2,(con probabilidad 3/36), entonces el jugador gana si saca 3 o más (con probabilidad 32/36), es decir, $\frac{32}{36}\cdot\frac{3}{36}=\frac{96}{1296}$
- Si el casino saca un 3,(con probabilidad 5/36), entonces el jugadorgana si saca 4 o más (con probabilidad 27/36), es decir,$\frac{27}{36}\cdot\frac{5}{36}=\frac{135}{1296}$
- Si el casino saca un 4, (con probabilidad 7/36), entonces el jugador gana si saca 5 o más (con probabilidad 20/36), es decir, $\frac{20}{36}\cdot\frac{7}{36}=\frac{140}{1296}$
- Si el casino saca un 5,(con probabilidad 9/36), entonces el jugador gana si saca u 6 (con probabilidad 11/36), es decir, $\frac{11}{36}\cdot\frac{9}{36}=\frac{99}{1296}$
- Si el casino saca un 6,(con probabilidad 11/36), entonces el jugador no gana nunca (con probabilidad 0/36), es decir, $\frac{0}{36}\cdot\frac{1}{36}=\frac{0}{1296}$

Tras estos cálculos la probabilidad total de ganar se obtiene sumando todas las probabilidades:

$$\text{P (gane jugador)}=\frac{35}{1296}+\frac{96}{1296}+\frac{135}{1296}+\frac{140}{1296}+\frac{99}{1296}+\frac{0}{1296}=\frac{505}{1296}$$

Por tanto, la probabilidad de que gane la banca es:

$$\text{P (gane banca)} = 1\text{- P(gana jugador)} = 1-\frac{505}{1296}=\frac{791}{1296}$$

CONCLUSIÓN JUEGO 3:

$$P(\textit{gane el jugador}) = P(A) = \frac{505}{1296}$$

$$P(\textit{gane la banca}) = P(B) = \frac{791}{1296}$$

JUEGO 4

1.-Planteamiento del juego.

- En este tercer juego se va a permitir **tirar el dado tres veces al jugador y la banca seguirá tirando solo dos veces**y anotar la puntuación más alta.

- **Gana el jugador cuando obtiene mayor puntuación que la banca.**
  Por tanto, la banca gana cuando obtiene una puntuación mayor o igual a la del jugador.

2.-Cálculo de probabilidades del juego.

Si queremos ver las probabilidades que existen al tirar un dado 3 veces, es necesario una muy buena organización. Se ha realizado una tabla que recoge todas las posibilidades:

		1	2	3	4	5	6
1	1	1	2	3	4	5	6
	2	2	2	3	4	5	6
	3	3	3	3	4	5	6
	4	4	4	4	4	5	6
	5	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6	6
2	1	2	2	3	4	5	6
	2	2	2	3	4	5	6
	3	3	3	3	4	5	6
	4	4	4	4	4	5	6
	5	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6	6
3	1	3	3	3	4	5	6
	2	3	3	3	4	5	6
	3	3	3	3	4	5	6
	4	4	4	4	4	5	6
	5	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6	6
4	1	4	4	4	4	5	6
	2	4	4	4	4	5	6
	3	4	4	4	4	5	6
	4	4	4	4	4	5	6
	5	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6	6
5	1	5	5	5	5	5	6
	2	5	5	5	5	5	6
	3	5	5	5	5	5	6
	4	5	5	5	5	5	6
	5	5	5	5	5	5	6
	6	6	6	6	6	6	6
6	1	6	6	6	6	6	6
	2	6	6	6	6	6	6
	3	6	6	6	6	6	6
	4	6	6	6	6	6	6
	5	6	6	6	6	6	6
	6	6	6	6	6	6	6

CUADRO DE POSIBILIDADES SI EL JUGADOR TIRA EL DADO TRES VECES

JUGADOR:

n	P(n)
1	$\frac{1}{216}$
2	$\frac{7}{216}$
3	$\frac{19}{216}$
4	$\frac{37}{216}$
5	$\frac{61}{216}$
6	$\frac{91}{216}$

CUADRO DE PROBABILIDADES DEL JUGADOR
(3 lanzamientos)

BANCA:

n	P(n)
1	$\frac{1}{36}$
2	$\frac{3}{36}$
3	$\frac{5}{36}$
4	$\frac{7}{36}$
5	$\frac{9}{36}$
6	$\frac{11}{36}$

CUADRO DE PROBABILIDADES DE LA BANCA
(2 lanzamientos)

Calculemos la probabilidad de ganar del jugador:

- Si el jugador saca un 1 ($con\ probabilidad\ \frac{1}{216}$), nunca gana, es decir,
$$\frac{1}{216} \cdot 0 = 0.$$
- Si el jugador saca un 2 ($con\ probabilidad\ \frac{7}{216}$), gana si la banca saca un 1($con\ probabilidad\ \frac{1}{36}$), es decir, $\frac{7}{216} \cdot \frac{1}{36} = \frac{7}{7776}$
- Si el jugador saca un 3 ($con\ probabilidad\ \frac{19}{216}$), gana si la banca saca un 2 o menos ($con\ probabilidad\ \frac{4}{36}$), es decir, $\frac{14}{216} \cdot \frac{4}{36} = \frac{76}{7776}$
- Si el jugador saca un 4 ($con\ probabilidad\ \frac{37}{216}$), gana si la banca saca un 3 o menos($con\ probabilidad\ \frac{9}{36}$), es decir, $\frac{37}{216} \cdot \frac{9}{36} = \frac{333}{7776}$
- Si el jugador saca un 5 ($con\ probabilidad\ \frac{61}{216}$), gana si la banca saca un 4 o menos ($con\ probabilidad\ \frac{16}{36}$), es decir, $\frac{61}{216} \cdot \frac{16}{36} = \frac{976}{7776}$
- Si el jugador saca un 6 ($con\ probabilidad\ \frac{91}{216}$), gana si la banca saca un 5 o menos($con\ probabilidad\ \frac{25}{36}$), es decir, $\frac{91}{216} \cdot \frac{25}{36} = \frac{2275}{7776}$

Por lo tanto la probabilidad de que gane el jugador es la suma de todas las calculadas anteriormente.

P(gane jugador) = P(A) = $\frac{0}{7776}+\frac{7}{7776}+\frac{76}{7776}+\frac{333}{7776}+\frac{976}{7776}+\frac{2275}{7776}=\frac{3667}{7776}$

Asimismo la probabilidad de que gane la banca es:

P(gane banca) = P(E, = $1-\frac{3667}{7776}=\frac{4109}{7776}$

CONCLUSIÓN JUEGO 4:

$$P(gane\ el\ jugador)=P(A)=\frac{3667}{7776}=0{,}4716$$

$$P(gane\ la\ banca)=P(B)=\frac{4109}{7776}=0{,}5284$$

Sorprendentemente observamos que aunque el jugador tire el dado una vez más, la banca sigue saliendo beneficiada, con más del 50% de probabilidades de ganar (52,84%).

JUEGO 5

1.-Planteamiento del juego.

- En este último juego **el jugador y la banca tiran ambos 3 dados**, y apuntan la mayor puntuación obtenida en las tres tiradas.

- Como en los anteriores juegos, el jugador gana al sacar una puntuación más alta que la banca y la banca al sacaruna puntuación igual o mayor a la del jugador.

2.-Cálculo de probabilidades del juego.

En este caso las probabilidades del jugador y la banca corresponden al caso de tirar 3 veces el dado, es decir, al calculado en el juego anterior para el jugador, por tanto:

JUGADOR:

n	P(n)
1	$\frac{1}{216}$
2	$\frac{7}{216}$
3	$\frac{19}{216}$
4	$\frac{37}{216}$
5	$\frac{61}{216}$
6	$\frac{91}{216}$

BANCA:

n	P(n)
1	$\frac{1}{216}$
2	$\frac{7}{216}$
3	$\frac{19}{216}$
4	$\frac{37}{216}$
5	$\frac{61}{216}$
6	$\frac{91}{216}$

CUADRO DE PROBABILIDADES DEL JUGADOR Y DE LA BANCA (ambos 3 lanzamientos)

Calculemos la probabilidad de ganar del jugador:

- Si el jugador saca un 1 ($con\ probabilidad\ \frac{1}{216}$), no puede ganar, es decir,

$$\frac{1}{216} \cdot 0 = 0$$

- Si el jugador saca un 2 ($con\ probabilidad\ \frac{7}{216}$), gana si la banca saca un 1($con\ probabilidad\ \frac{1}{216}$), es decir, $\frac{7}{216} \cdot \frac{1}{216} = \frac{7}{46656}$
- Si el jugador saca un 3 ($con\ probabilidad\ \frac{19}{216}$), gana si la banca saca un 2 o menos ($con\ probabilidad\ \frac{8}{216}$), es decir, $\frac{19}{216} \cdot \frac{8}{216} = \frac{152}{46656}$
- Si el jugador saca un 4 ($con\ probabilidad\ \frac{37}{216}$), gana si la banca saca un 3 o menos ($con\ probabilidad\ \frac{27}{216}$), es decir, $\frac{37}{216} \cdot \frac{27}{216} = \frac{999}{46656}$
- Si el jugador saca un 5 ($con\ probabilidad\ \frac{61}{216}$), gana si la banca saca un 4 o menos ($con\ probabilidad\ \frac{64}{216}$), es decir, $\frac{61}{216} \cdot \frac{64}{216} = \frac{3904}{46656}$
- Si el jugador saca un 6 ($con\ probabilidad\ \frac{91}{216}$), gana si la banca saca un 5 o menos ($con\ probabilidad\ \frac{125}{216}$), es decir, $\frac{91}{216} \cdot \frac{125}{216} = \frac{11375}{46656}$

Por lo tanto la probabilidad de que gane el jugador es la suma de todas las calculadas anteriormente.

P(gane jugador) = P(A) = $\frac{0}{46656} + \frac{7}{46656} + \frac{152}{46656} + \frac{999}{46656} + \frac{3904}{46656} + \frac{11375}{46656} = \frac{16437}{46656}$

Por lo tanto la probabilidad de que gane la banca es:

P(gane banca) = P(B) = 1- $\frac{16437}{46656} = \frac{30219}{46656}$

CONCLUSIÓN JUEGO 5:

$$P(gane\ el\ jugador) = P(A) = \frac{16437}{46656}$$

$$P(gane\ la\ banca) = P(B) = \frac{30219}{46656}$$

4.2.- CUADRO RESUMEN DE LOS 5 JUEGOS

JUEGO 1 - Un dado el jugador. - Un dado la banca.	Jugador: $\frac{5}{12}$ = 0,4166 Banca: $\frac{7}{12} = 0{,}5833$
JUEGO 2 - Dos dados el jugador. - Un dado la banca.	Jugador: $\frac{125}{216}$ = 0,5787 Banca: $\frac{91}{216} = 0{,}4313$
JUEGO 3 - Dos dados el jugador. - Dos dados la banca.	Jugador: $\frac{505}{1296}$ = 0,3896 Banca: $\frac{791}{1296} = 0{,}6103$
JUEGO 4 - Tres dados el jugador. - Dos dados la banca.	Jugador: $\frac{3667}{7776}$ = 0,4715 Banca: $\frac{4109}{7776} = 0{,}5284$
JUEGO 5 - Tres dados el jugador. - Tres dados la banca.	Jugador: $\frac{16437}{46656}$ = 0,3523 Banca: $\frac{30219}{46656} = 0{,}6476$

Observamos que:

- Si la banca y el jugador tiran el mismo número de veces, la probabilidad de ganar la banca es mayor cuanto mayor número de veces lancen el dado.
- Los juegos favorecen siempre a la banca, excepto en el segundo juego, en el que el beneficiado es el jugador.
- El mejor juego para el jugador es el juego 2 ya que es en el que más probabilidades de ganar tiene.
  Análogamente, para la banca el mejor juego es el 5 ya que es en el que más diferencia de probabilidad a favor de la banca hay.
- Los denominadores son variaciones con repetición de 6 elementos, tomados de 1 en 1 si se tira el dado una vez, de dos en dos si se tira el dado dos veces y así sucesivamente pues influye el orden ya que una tirada por ejemplo de (1, 2) y otra (2, 1) se cuentan como dos distintas, y además se pueden repetir, ya que puede salir el mismo número al lanzar el dado varias veces.
  1 lanzamiento: $^{1}VR_6 = 6 = 6$
  2 lanzamientos: $^{2}VR_6 = 6^2 = 36$
  3 lanzamientos: $^{3}VR_6 = 6^3 = 216$
- En este punto, se pueden comparar las probabilidades experimentales calculadas en clase, y comentadas anteriormente, y resultan bastante similares, teniendo en cuenta que se han realizado 25 pruebas de cada juego.

4.3.- ¿QUÉ TE APUESTAS……?

4.3.1.- Juego justo. Concepto de esperanza matemática.

Un juego se da justo cuando no existe ventaja para nadie, es decir, si la probabilidad de perder es *n* veces superior a la de ganar, entonces, por cada 1€ que apueste, debo recibir *n*€ en caso de que gane.

Ejemplo.- p (ganar)=$\frac{1}{4}$ p (perder)= $\frac{3}{4}$

Como en este caso la probabilidad de ganar es tres veces menor que la de perder, por cada 1€ que apueste, al ganar, mi premio debería ser de 3€ para que el juego fuese justo.

Es decir: $\frac{1}{4} \cdot 3 + \frac{3}{4} \cdot (-1) = 0$

Este concepto se llama esperanza matemática E(x), y es lo que podemos esperar ganar, de media, con una apuesta.

E(x)=P(ganar)·ganancia + P(perder)·pérdida

E(x)=0 $\longrightarrow$ Juego justo
E(x)<0 $\longrightarrow$ Hay ventaja para la banca
E(x)>0 $\longrightarrow$ Hay ventaja para el jugador

4.3.2.- ¡A jugar!

En los juegos del Estado (loterías) o en un casino los juegos no son justos; existe siempre el beneficio para la banca, pues es un negocio que debe obtener beneficios y cubrir costes.

Pues bien, en esta parte del trabajo vamos a simular un casino en el que la banca y el jugador van a jugar a los juegos estudiados anteriormente, apostando dinero, en función de las probabilidades calculadas.

MESA 1: Se juega al juego 1.

P(ganar BANCA)=0,5833 **P(ganar JUGADOR)=0,4166**

Imagen: http://visitnatchez.org/wp-content/uploads/2016/02/MagBluff-Casino.png (modificada con Word)

Apuesta 100€
Gana 200€ (incluido lo apostado)

¡Parece un buen juego para el jugador!

¿Sería rentable jugar en esta mesa?

E(x)= p(ganar) · ganancia + p(perder) · perdida
E(x)= 0,4166 · 100 + 0,5833 · (-100)
E(x)= -16,67

No sería rentable jugar en esta mesa porque generalmente por cada 100€ se perderian en cada partida 16,67€, por lo que el casino está ganando un 16,67%. En algún caso el jugador gana, pero no es un juego justo.

¿Qué sería un juego justo?

Sería justo si la esperanza matemática del juego fuese 0:
E(x)= 0
0,4166 · x + 0,5833 · (-100)= 0
x= 140
Esto sumado a lo apostado daría que **240€deberia ser el premio justo.**

En un casino la esperanza siempre será negativa, y dado que el casino siempre va a estar jugando, cuanto más se repita, más se acercará a ese porcentaje de beneficio del 16,67%a favor de la banca, aunque ocasionalmente pueda ganar el jugador.

MESA 2: Se juega al juego 2.

P(ganar BANCA)=0,4313 **P(ganar JUGADOR)=0,5787**

Imagen: http://visitnatchez.org/wp-content/uploads/2016/02/MagBluff-Casino.png (modificada con Word)

Apuesta500€
Gana900€ (incluido lo apostado)

¡Parece un GRAN juego para el jugador!

Único caso en el que la probabilidad de que gane el jugador es mayor que la de la banca.

E(x)= p(ganar) · ganancia + p(perder) · perdida

E(x)= 0,5787 · 400 + 0,4341 · (-500)

E(x)= 14,43

Para el jugador es rentable jugar a este juego, ya que por cada 100 euros apostados ganaría 14,43€, si jugase de manera continua. Esto no beneficia para nada a la banca, que a lo largo de un día podría ganar unas cuantas veces, pero la mayoría de ellas perdería dinero.

¿Qué sería un juego justo?

Como en el caso anterior, sería justo si la esperanza matemática sdel juego fuese 0

E(x)= 0

0,5787 · x + 0,4341 · (-500)= 0

x= 375€. Esto sumado a lo apostado daría que **875€ debería ser el premio justo.**

Aunque esté muy bien para el jugador, este juego sería difícil verlo en un casino auténtico, ya que en muy pocas ocasiones, por no decir nunca, se crean juegos como este en los que la banca pierde.

MESA 3:Se juega al juego 3.

P(ganar BANCA)=0,6103 **P(ganar JUGADOR)=0,3986**

Imagen: http://visitnatchez.org/wp-content/uploads/2016/02/MagBluff-Casino.png (modificada con Word)

Apuesta200€
Gana400€ (incluido lo apostado)

¡Parece un juego igualado para ambos!

Pero veremos que para nada es así…

E(x)= p(ganar) · ganancia + p(perder) · perdida
E(x)= 0,3986 · 200 + 0,6103 · (-200)
E(x)= -42,34

¿Qué sería un juego justo?

E(x)=0
0,3986 · x + 0,6103 · (-200)
X=306€

El premio justo seria 200 + 306 = 506€ de premio

A priori parecía un juego bastante igualado, pero de hecho, es uno de los juegos en los que menos posibilidades tiene de ganar nuestro amiguito amarillo.

MESA 4:Se juega al juego 4.

P(ganar BANCA)= 0,5284 **P(ganar JUGADOR)=0,4715**

Imagen: http://visitnatchez.org/wp-content/uploads/2016/02/MagBluff-Casino.png (modificada con Word)

Apuesta750€
Gana1500€ (incluido lo apostado)

En este caso el jugador puede ir confiado pensando que al tirar un dado más, tiene mayor probabilidad de ganar, pero sabemos que ¡¡NO ES ASÍ!!

E(x)= p(ganar) · ganancia + p(perder) · perdida
E(x)= 0,4715 · 750 + 0,5284 · (-750)
E(x)= -42,675

Es decir, apostando 750€, y ganando el doble, todavía el juego sería beneficioso para la banca

¿Qué sería un juego justo?

E(x)=0
0,4715 · x + 0,5284 · (-750)
X=840

El premio justo seria 750 + 840 = 1590€ de premio

MESA 5: Se juega al juego 5.

P(ganar BANCA)=0,6436 P(ganar JUGADOR)=0,3523

Imagen: http://visitnatchez.org/wp-content/uploads/2016/02/MagBluff-Casino.png (modificada con Word)

Apuesta 1000€

¡¡GANA 2500€!!

En este juego la probabilidad de ganar es la más baja para el jugador, por tanto,

¡EL PREMIO SERÁ MAYOR!

¡A jugar!

$$E(x) = 0{,}3523 \cdot 1500 + 0{,}6476 \cdot (-1000) = -119{,}15$$

Aunque la publicidad anime a participar no es justo, pues de cada 1000€ apostados la banca gana 119,15€ de media.

- Imaginar que apostamos 500000€ $\longrightarrow$ La banca ganaría 59575 ® 60000€

Estos juegos atraen por la posibilidad de ganar mucho dinero, aunque es cuando el casino obtiene más beneficios.

5.- CONCLUSIONES: RESULTADOS OBTENIDOS.

Tras larealización del trabajo se han obtenido las siguientes conclusiones:

- Los juegos de azar basan su estrategia en la probabilidad de ganar o perder, según algunas variables que pueden ser el número de jugadores, número de lanzamientos, etc
- En nuestro caso, los juegos diseñados son experimentos aleatorios compuestos porque el dado se tira varias veces. Se ha aplicado el principio multiplicativo para el cálculo de probabilidades porque el resultado de un lanzamiento es independiente del anterior.
- En cuanto a los cinco juegos expuestos cabe destacar que cuando el número de lanzamientos entre la banca y el jugador ha sido el mismo, la banca gana con más diferenciaal aumentar el número de lanzamientos; también destaca que en el juego cuatro, aunque el jugador tira el dado una vez más, la probabilidad de ganar de la banca sigue siendo mayor.
- Respecto a los juegos de casino, hemos comprobado mediante ejemplos que algunas apuestas que parecían favorables para el jugador en realidad no lo eran tanto. En general, cuanto mayor es la probabilidad de que un jugador gane, más suculento debe ser el premio, porque sino no jugaría. Esto se estudia con el concepto de esperanza matemática, como hemos visto.
- Hemos creado un casino de cinco mesas y se han planteado apuestas con los juegos diseñados:

• Imaginemos un jugador que ese día está "en racha" y resulta que gana en los cinco juegos, ¿es esto muy probable?

$$\boldsymbol{P(ganar\ en\ todas) = 0,4166 \cdot 0,5787 \cdot 0,3896 \cdot 0,4715 \cdot 0,3523 = 0,0156}$$

La probabilidad de ganar en todas las mesas seguidas es ínfima, casi imposible

Observamos que si tenemos la idea metida en la cabeza de asaltar la banca, tenemos una mínima posibilidad, como era de esperar, así que olvida tus ideas de ser millonario a base de apuestas, a no ser que seas un atrevido (un atrevido con mucha suerte, claro está)

• Supongamos ahora que el jugador gana en los dos juegos que más posibilidades tiene de ganar, es decir, en los juegos dos y cuatro, y en los otros pierde:

$$\boldsymbol{P\left(\begin{matrix} ganar\ 2,4\ y \\ perder\ 1,3,5 \end{matrix}\right) = 0,5833 \cdot 0,5787 \cdot 0,6103 \cdot 0,4715 \cdot 0,6476 = 0,0629}$$

En este caso, podemos observar que es una situación que se puede acercar más a la realidad que cualquiera de 2 las anteriores, por lo tanto tenemos una probabilidad un poco más alta, pero sigue siendo bastante baja.

Como conclusión final, podemos decir que los juegos de azaren un casino siempre favorecen a la banca, ya que están creados con una esperanza matemática positiva para ellos, a fin de obtener siempre beneficios. Por lo tanto, rememorando al mítico Cardano: *"La mayor probabilidad del éxito en el juego consiste en no jugar en modo alguno".*

6.- POSIBLES MEJORAS.

En este trabajo se han diseñado cinco juegos de azar partiendo del lanzamiento de unos dados varias veces. Hemos observado cómo variaba el denominador en función de potencias de base seis. Se puede pensar que quizás los valores del numerador también se rijan por una expresión matemática. **¿Existirá una fórmula general para calcular la probabilidad de ganar en función del número de veces que tira cada uno?**

También, el juego se puede ampliar a más de dos jugadores, ya que es una variable que no hemos modificado, y que puede dar más variedad en el juego, aunque el cálculo de probabilidades quizás fuese más complicado.

7.- BREVE DESCRIPCIÓN DE LA EXPERIENCIA.

Para la realización del proyecto práctico de Estadística y Probabilidad, decidimos en primer lugar, que queríamos centrarnos más en la parte de Probabilidad. Al principio no teníamos claro cómo enfocarlo pues pensamos en calcular probabilidades de loterías, pero no era algo novedoso; también de juegos de carta como el póker o el guiñote, que nos gusta jugar, pero vimos que por Internet había ya muchos datos calculados y estudiados en profundidad.

Entonces, buscando información nos dimos cuenta que muchos de los juegos de azar se basan en lanzamiento de dados, cuya probabilidad parece fácil de calcular, y guiados por nuestra tutora, diseñamos los 5 juegos del trabajo y pudimos calcular sus probabilidades. Comenzamos con el juego 1 y no sabíamos cuántos podíamos hacer, pero tuvimos claro en qué momento las operaciones de las probabilidades se complicaban en exceso y tampoco aportaban nada nuevo. Definitivamente, pues, pudimos obtener 5 juegos.

Después, nos gustaba la idea de jugar a estos juegos apostando dinero. Para ello, hemos estudiado un concepto nuevo que es la esperanza matemática, que se basa fundamentalmente, en que cuanto menos probabilidad se tiene de ganar, mayor debe ser el premio.

Este trabajo ha sido realizado durante tres meses, trabajando en grupo y quedando con la tutora en algunos recreos para mostrarle las ideas y los avances. También hemos llevado a cabo experiencias prácticas con nuestros compañeros de clase, que nos han ayudado a obtener unos datos experimentales. Fue una experiencia en la que pudimos aprovechar para contar al resto de compañeros de clase qué estábamos trabajando en este proyecto.

Además, en clase, en la asignatura *Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas*, hemos trabajado el Cálculo de Probabilidades y las Técnicas de Recuento, pero con experimentos más sencillos. Con este proyecto hemos adquirido una serie de aptitudes y conocimientos más profundos, como son el cálculo de probabilidades de sucesos compuestos más complejos. También, expresiones teóricas nuevas como puede ser la esperanza matemática y algunos datos históricos como los estudios dedicados a este campo de matemáticos como Cardano o Pascal.

Por último, a nivel personal, hemos mejorado nuestra visión hacia el mundo de las apuestas, y hemos llegado a la conclusión de que si se apuesta, se ha de hacer con cabeza, sabiendo siempre que lo mejor es no hacerlo.

8.- REFERENCIAS.

- GARCÍA GUERRERO y otros (2009): Una experiencia didáctica sobre probabilidad mediante un casino. Disponible en: http://rev.inv-ope.univ-paris1.fr. [Última consulta: 11 de marzo de 2017]
- GURRERO TREVIÑO, HERMINIA (2015): Evaluación de conocimientos sobre esperanza matemática y juegos equitativos en alumnos de Bachillerato. Disponible en: http://www.ugr.es/~batanero/documentos/Guerrero.pdf. [Última consulta: 25 de marzo de 2017]
- HAIGH, JOHN: Matemáticas y juegos de azar. Disponible en: http://www.cfrd.cl/moises/. [Última consulta: 12 de abril de 2017]
- MACHUCA, MARÍA (2016): Cinco juegos de dados para jugar en familia. Disponible en: http://juegos.about.com/od/juegos-en-familia/tp/Cinco-juegos-De-Dados-Para-Jugar-En-Familia.htm. [Última consulta: 25 de febrero de 2017]
- VVAA (2016): Matemáticas Orientadas a las Enseñanzas Académicas 4º ESO. Serie Resuelve. Editorial Santillana.
- VVAA: Quiero una primitiva.Disponible en: http://blogspot.com.es/2014/07/esperanza-matematica-ley-de-grandes.html[Última consulta: 25 de marzo de 2017]

- Medios tecnológicos:

·Calculadora Casio FX-82SPX Iberia.

. Microsoft Excel.

ANEXO I

Malena y Noa 4º ESO
matemáticas académicas

Tablas de experiencias prácticas del casino

Vamos a realizar unas experiencias prácticas con los juegos que hemos diseñado en nuestro trabajo. En cada uno, una persona será la banca y la otra el jugador; se apuntará la mayor tirada de cada uno en la tabla y se hará un recuento de las veces que gana cada uno para ver si se acerca a las probabilidades que hemos calculado. Se tirará en total 25 veces cada uno **Hay que tener en cuenta que la banca gana cuando saca mayor o igual puntuación que el jugador y el jugador únicamente cuando saca mayor puntuación que la banca.**

JUEGO 1: ambos una tirada

Banca	2	3	3	2	2	4	2	4	4	2	1	4	5	3	2	6	5	3	3	6	2	3	1	4	4
Jugador	5	4	2	1	1	1	5	6	1	2	2	5	6	3	1	1	1	1	3	6	4	5	5	5	4

$P(gane\ jugador) = \frac{12}{25} = 0'48$ $P(gane\ banca) = \frac{13}{25} = 0'52$

JUEGO 2: jugador 2 tiradas, banca 1

Banca	3	6	1	4	3	4	2	2	2	6	3	4	3	4	5	1	1	5	1	6	1	3	3	4	4
Jugador	6	4	2	5	5	1	3	6	3	4	4	5	3	6	5	3	2	5	6	4	6	5	5	4	5

$P(gane\ jugador) = \frac{17}{25} = 0'68$ $P(gane\ banca) = \frac{8}{25} = 0'32$

JUEGO 3: ambos 2 tiradas

Banca	3	3	5	4	6	6	5	3	6	6	3	1	6	5	6	5	6	5	6	4	5	5	3	6	2
Jugador	6	2	5	6	3	6	4	4	6	6	3	5	1	4	6	3	4	6	1	3	6	3	3	4	6

$P(gane\ jugador) = \frac{7}{25} = 0'28$ $P(gane\ banca) = \frac{18}{25} = 0'72$

JUEGO 4: jugador 3 tiradas, banca 2

Banca	6	6	4	4	6	5	1	4	6	3	2	5	2	6	4	5	4	2	4	5	5	4	3	6	2
Jugador	6	4	6	6	5	6	6	5	5	3	3	6	6	2	6	4	5	5	5	6	6	6	6	3	3

$P(gane\ jugador) = \frac{17}{25} = 0'68$ $P(gane\ banca) = \frac{8}{25} = 0'32$

JUEGO 5: ambos 3 tiradas

Banca	6	6	6	5	6	6	6	5	2	6	6	5	6	4	4	5	6	3	2	4	6	5	6	6	6
Jugador	1	5	6	5	6	6	6	6	5	5	6	6	4	4	5	4	6	5	5	4	4	5	4	6	3

$P(gane\ jugador) = \frac{6}{25} = 0'24$ $P(gane\ banca) = \frac{19}{25} = 0'76$

CONCLUSIÓN: En función de los resultados obtenidos, ordena los juegos de más favorable o menos favorable para el jugador:

1º.- 4 2º.- 2 3º.- 1 4º.- 3 5º.- 5